GABARITO COMENTADO

MATEMÁTICA

01 Letra D.
Do enunciado, $A^t \cdot B$ é uma matriz nula; então:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & x \\ -3 & y & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x+4 \\ 2y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \therefore x = -4 \text{ e } y = \frac{1}{2}$$

Assim: $x \cdot y^2 = -4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$x \cdot y^2 = -1$

02 Letra C.
Os triângulos ABC e ACD são isósceles de bases AE e AD, respectivamente, pois AB = BE = 20 e AC = CD = 21. Se 2β e 2γ são as medidas dos ângulos internos B e C do triângulo ABC, temos
$B\hat{E}A = B\hat{A}E = 90° - \beta$ e $C\hat{D}A = C\hat{A}D = 90° - \gamma$.
Logo: $D\hat{A}E = 180° - (90° - \beta) - (90° - \gamma) = \beta + \gamma$.
Como $20^2 + 21^2 = 29^2$, pela recíproca do teorema de Pitágoras, o ângulo $B\hat{A}C$ é reto.
Logo: $90° + 2\beta + 2\gamma = 180° \Leftrightarrow \beta + \gamma = 45°$. Portanto, o ângulo $D\hat{A}E$ mede 45°.

03 Letra C.
Seja **x** o número de tijolos necessários para construir o muro. Em 1 hora, **A** assenta $\frac{x}{9}$ tijolos e **B** assenta $\frac{x}{10}$ tijolos.

Juntos, em 1 hora, **A** e **B** assentam $\left(\frac{x}{9} + \frac{x}{10} - 10\right)$ tijolos.

Se juntos os dois trabalhadores constroem o muro em 5 horas, então:

$$5\left(\frac{x}{9} + \frac{x}{10} - 10\right) = x.$$

Resolvendo essa equação, obtemos x = 900.

04 Letra B.
Do enunciado, temos:
$X + 20Y = 87 \therefore X + Y = 87 - 19Y$
Como $0 \le Y \le 9$ e $0 \le X + Y \le 18$, temos:
Y = 4 e X + Y = 11

05 Letra A.
De $\begin{array}{r|l} n & 17 \\ \hline 3q & q \end{array}$ com n, q ∈ IN*, temos:
$n = 17q + 3q \therefore n = 20q$.
Como 3q < 17, temos:
Maior valor de q : $5 \Rightarrow n_{max} = 100$.
Menor valor de q : $1 \Rightarrow n_{min} = 20$.
A soma pedida é 120.

06 Letra D.
Sendo **x** e **y**, respectivamente, o número de pessoas aprovadas e o número de pessoas reprovadas, do enunciado, temos:

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \therefore \frac{x}{x+y} = \frac{2}{2+3},$$

ou seja: $\frac{x}{x+y} = 0{,}40 = 40\%$

07 Letra E.
Lembrando que o número de diagonais, em cada vértice de um polígono regular de **n** lados, é n – 3, tem-se:

$$n - 3 = 15 \Leftrightarrow n = 18$$

O ângulo interno do polígono regular de 18 lados mede, em radianos:

$$A_i = \frac{\pi.(18-2)}{18} = \frac{8\pi}{9}$$

08 Letra A.
Se 4758 + 118a x 25847 deixa resto 1, então: 8 + a . 7 – 1 = 7(a + 1) deve ser múltiplo de 5. Assim, sendo **a** um algarismo, devemos ter:
$a + 1 = 5 \Leftrightarrow a = 4$
ou
$a + 1 = 10 \Leftrightarrow a = 9$

09 Letra C.
Utilizaremos as seguintes aproximações:
1) Número de pessoas maiores de 18 anos: 100 milhões.
2) Porcentagem de pessoas maiores de 18 anos e filiadas: 30%.
3) Porcentagem de pessoas maiores de 18 anos filiadas a órgãos comunitários: 40%.

Logo, o número **N** de pessoas pedido é:
N = 0,40 . 0,30 . 100
N = 12

10 Letra B.

$$\begin{bmatrix} 1 & x \\ y & z \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+x & 2+x \\ y+z & 2y+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{cases} 1+x=4 \\ 2+x=5 \\ y+z=36 \\ 2y+z=45 \end{cases} \quad x = 3$$

A soma dos elementos da matriz **A** é:
1 + x + y + z = 1 + 3 + 36 = 40

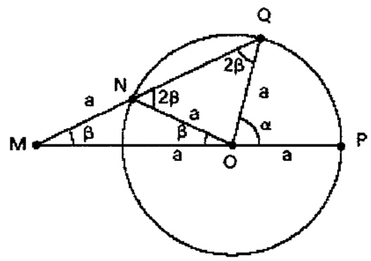
11 Letra D.
Seja ℓ a medida, em cm, do lado de cada recorte quadrado de tecido. Para que não haja sobras e a área de cada recorte seja a maior possível, ℓ deve ser o máximo divisor comum de 105 e 700, ou seja: ℓ = 35cm.
O perímetro de cada quadrado, em cm, será 4 . 35, ou seja, 140.

12 Letra C.

$$\det A = 0 \therefore \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ k & 1 & 3 \\ 1 & k & 3 \end{vmatrix} = 0 \therefore k^2 - 3k + 2 = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ ou } k = 2$$

13 Letra C.
Sendo α e β, respectivamente, as medidas dos ângulos $Q\hat{O}P$ e $M\hat{O}N$, do enunciado, temos a figura:

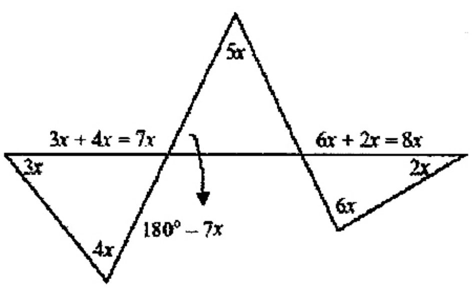


Do triângulo OMQ, temos:
$\alpha = \beta + 2\beta \therefore \alpha = 3\beta$;
logo, a razão pedida é $\frac{3\beta}{\beta}$, ou seja, 3.

14 Letra C.
Como o pentágono é regular, ABC = 108° e como AB = BC $\Rightarrow$ BAC = ACB = 36°, analogamente, teremos: DAE = EDA = 36° $\Rightarrow$ BAE = 36° + α + 36° = 108° $\Rightarrow$ α = 36°.

15 Letra C.
1) $a_4 + a_5 + 3 = a_5 + 3 + a_7 \Rightarrow a_4 = a_7$
2) $a_5 + 3 + a_7 = 3 + a_7 + a_8 \Rightarrow a_5 = a_8$
3) $a_3 + a_4 + a_5 = 13 \Leftrightarrow a_3 + a_7 + a_8 = 13 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow a_7 + a_8 = 13 - a_3$
4) $3 + a_7 + a_8 = 13 \Leftrightarrow 3 + 13 - a_3 = 13 \Leftrightarrow a_3 = 3$
5) Se a soma de 3 termos consecutivos é sempre 13
e $a_3 = 3$ e $a_2 = 4$, então a seqüência será:
(6, 4, 3, 6, 4, 3, 6, 4, 3, ...)
6) $a_{102} = 3$ e $a_{214} = 6$
mmc(3;6) = 6

16 Letra C.



Temos: 8x = 180° -7x + 5x $\Leftrightarrow$ 10x = 180° $\Leftrightarrow$ x = 18°

17 Letra E.

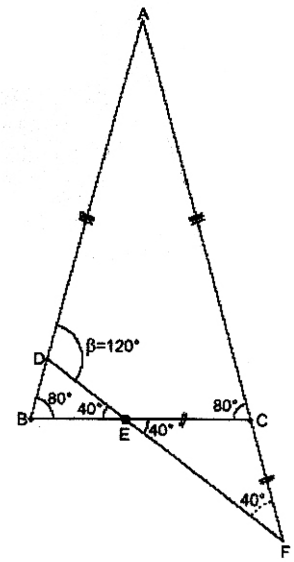
$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right] = \det\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} . \det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$-10 \,.\, (ad - bc) = 1 \Rightarrow bc - ad = \frac{1}{10}$$

18 Letra B.



No triângulo CEF, isósceles, tem-se: CEF = CFE = 40°.
No triângulo ABC, também isósceles, tem-se:
$A\hat{B}C = A\hat{C}B = 80°$.
No triângulo BDE, o ângulo externo β é tal que:
$\beta = D\hat{B}E + D\hat{E}B =$
80° + 40° = 120°

19 Letra D.
1) Um aproveitamento de 60% dos pontos dos 15 jogos que o time A disputou significa 60%. (3 . 15) pontos = (0,6 . 45) pontos = 27 pontos.
2) Descontadas as duas derrotas, se **x** for o número de empates, então 13 – x será o número de vitórias e, portanto:
1 . x + 3 . (13 – x) = 27 $\Leftrightarrow$ x + 39 – 3x = 27 $\Leftrightarrow$ 2x = 12 $\Leftrightarrow$ x = 6.

20 Letra D.
Os números compreendidos entre 400 e 1500, divisíveis ao mesmo tempo por 18 e 75, portanto divisíveis pelo mmc(18, 75) = 450, são 450, 900, 1350. A soma deles é 2700.