MATEMÁTICA

01 **Letra E.**

Sejam a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, nessa ordem, as produções mensais de janeiro a junho. Como a produção aumentou, mês a mês, de uma quantidade fixa, podemos concluir que (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6) é uma progressão aritmética.

Note que a_3 e a_4 são as produções mensais de março e abril e que esses termos são eqüidistantes dos extremos da progressão aritmética. Portanto, $a_3 + a_4 = a_1 + a_6$.

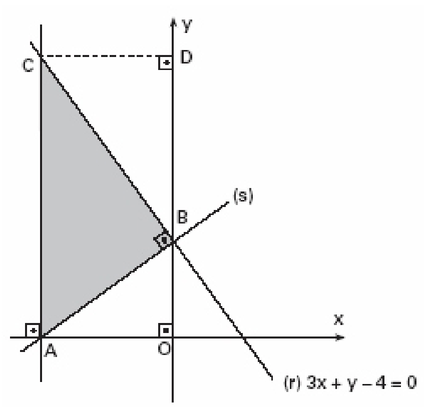
Como $a_1 = 18000$ e $a_6 = 78000$, temos:

$a_3 + a_4 = 18000 + 78000 \therefore a_3 + a_4 = 96000$.

Assim, o total de aparelhos celulares exportados nos meses de março e abril foi $0{,}3 \cdot (a_3 + a_4) = 0{,}3 \cdot 96\,000$, ou seja, 28 800 aparelhos celulares.

02 **Letra A.**

Do enunciado, temos a figura:



Fazendo x = 0 na equação da reta r, temos que $3 \cdot 0 + y - 4 = 0$, ou seja, y = 4. Logo, B (0, 4).

Como o coeficiente angular da reta r é igual a −3, então o coeficiente angular da reta s é igual a $\frac{1}{3}$ ($r \perp s$).

Logo, uma equação da reta s é $y - 4 = \frac{1}{3}(x - 0)$, ou seja, $y = \frac{1}{3}x + 4$.

Substituindo y = 0 na equação da reta s, temos que $0 = \frac{1}{3}x + 4$, ou seja, x = −12. Logo, A(−12, 0) e AO = 12.

Substituindo x = −12 na equação da reta r, temos que $3 \cdot (-12) + y - 4 = 0$, ou seja, y = 40. Logo, C (−12, 40) e AC = 40.

Portanto, a área S pedida é tal que: $S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AO \therefore S = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 12 \therefore S = 240$

03 **Letra D.**

Os números naturais n, $100 \le n \le 999$, que, divididos por 9, deixam resto 2, são os termos da progressão aritmética: (101; 110;119; ...; 992), de razão r = 9.

Fazendo $a_1 = 101$ e $a_p = 992$, tem-se:

$a_p = a_1 + (p - 1).\, r \Rightarrow 992 = 101 + (p - 1) \cdot 9 \Rightarrow p = 100$ e $S_p = S_{100} = \frac{(101 + 992).100}{2} = 54\,650$.

04 **Letra B.**

A seqüência de números inteiros dada por $a_n = 3n + (-1)^n$, com $n \in N^*$, é tal que:

I - $a_1 = 3 \cdot 1 + (-1)^1$

$a_2 = 3 \,.\, 2 + (-1)^2$
$a_3 = 3 \,.\, 3 + (-1)^3$

II - Sendo S a soma dos 20 primeiros termos dessa seqüência, temos:

$S = [3 \,.\, 1 + (-1)^1] + [3 \,.\, 2 + (-1)^2] +$
$+ [3 \,.\, 3 + (-1)^3] + \ldots + [3 \,.\, 20 + (-1)^{20}]$

$S = 3 \,.\, (1 + 2 + 3 + \ldots + 20) = 3 \,.\, \left[\dfrac{(1+20).20}{2}\right]$

$S = 630$

05 **Letra A.**

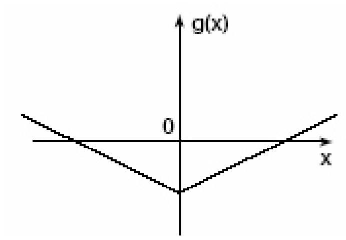
As soluções da equação matricial são tais que:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + y = -y \\ x = x \end{cases} \Leftrightarrow$ x = y, cuja representação gráfica é uma reta que passa pela origem.

06 **Letra E.**

Como g(x) = f(|x|), a função g só considera a parte não negativa dos valores de x da função f. Nessas condições, o gráfico de g(x) fica:



07 **Letra C.**

O volume do paralelepípedo é a . b . c.
Sejam a', b' e c' as dimensões do novo paralelepípedo.
Do enunciado, temos:
a' = 1,25 a, b' = b e c' = k' . c.

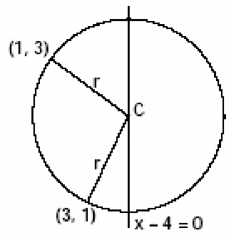
Então: $1{,}25\ \cancel{a} \,.\, \cancel{b} \,.\, k\cancel{c} = \cancel{a} \,.\, \cancel{b} \,.\, \cancel{c}$.

$k = \dfrac{1}{1{,}25} \therefore k = 0{,}8$

Logo, a dimensão c deve ser diminuída de 20%.

08 **Letra C.**

Sejam C e r, respectivamente, o centro e o raio da circunferência.



O centro pertence à reta x — 4 = 0. Logo, esse ponto é da forma (4, a). Como o centro é eqüidistante de (1, 3) e (3, 1), temos:

$\sqrt{(4-1)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{(4-3)^2 + (a-1)^2}$, ou seja,

$9 + \cancel{a^2} - 6a + 9 = 1 + \cancel{a^2} - 2a + 1$

$16 = 4a \qquad \therefore a = 4$

Logo, o centro é o ponto (4, 4).

Assim, $r = \sqrt{(4-1)^2 + (4-3)^2} \therefore r = \sqrt{10}$.

09 **Letra B.**

A soma de todos os números é: $1 + 2 + 3 + \ldots + 9 = \dfrac{(1+9).9}{2} = 45$.

Como em cada linha a soma é S, temos: $3S = 45 \therefore S = 15$.

10 **Letra E.**

A medida **a** da aresta de um desses cubos é o máximo divisor comum das dimensões do paralelepípedo dado. Temos: $6 = 2 \cdot 3$, $9 = 3$ e $18 = 2 \cdot 3^2$.

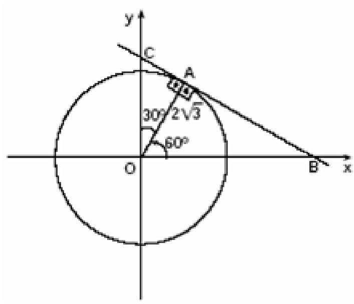
Logo, a = 3.

Sendo V_p o volume do paralelepípedo e V_c o volume de um dos cubos, o número pedido é:

$\frac{V_p}{V_c}$, ou seja, $\frac{6 \cdot 9 \cdot 18}{3 \cdot 3 \cdot 3} = 36$.

11 **Letra B.**

Do enunciado, temos a figura:



No triângulo retângulo OAB, temos:

$\cos\ 60^o = \frac{2\sqrt{3}}{OB} \therefore OB = 4\sqrt{3}$

No triangulo retângulo OAC, temos:

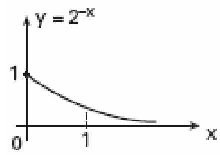
$\cos\ 30^o = \frac{2\sqrt{3}}{OC} \therefore OC = 4$

A área S pedida é a área do triângulo OCB,

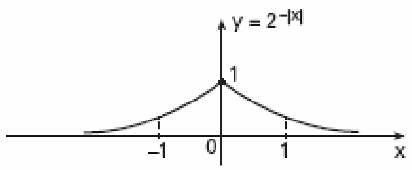
ou seja: $S = \frac{1}{2}.4\sqrt{3}\ .\ 4.$ Portanto, $S = 8\sqrt{3}$.

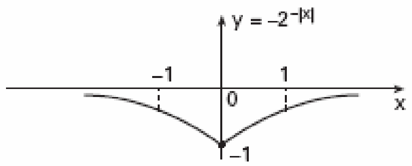
12 **Letra C.**

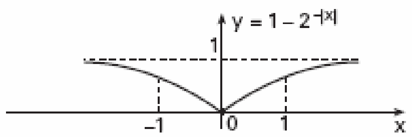
A função dada por $y = 2^{-x}$, com $x \geq 0$, é decrescente, positiva e menor ou igual a 1.



Temos, então, a seqüência de gráficos:

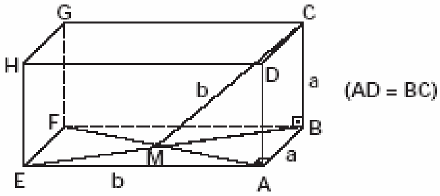






13 **Letra E.**

No triangulo retângulo EAB, temos:



$(EB)^2 = a^2 + b^2$, ou seja, $EB = \sqrt{a^2 + b^2}$.
Como M é o ponto médio do segmento $\overline{EB}$, vem:

$MB = \frac{EB}{2}$, ou seja, $MB = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$.

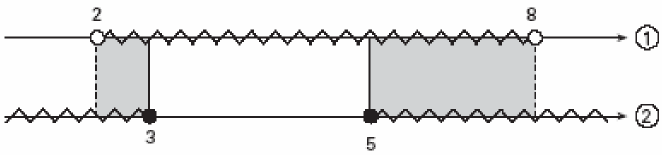
No triângulo retângulo CMB, temos:

$(MC)^2 = (MB)^2 + (BC)^2$, ou seja, $b^2 = \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}\right)^2 + a^2$.

Então, $b = \sqrt{\frac{5}{3}} \, . \, a$.

14 **Letra E.**
De $|x - 5| < 3$, temos: $-3 < x - 5 < 3$
$\therefore 2 < x < 8$ ①
De $|x - 4| \geq 1$, temos: $x - 4 \geq 1$ ou $x - 4 \leq -1$
$\therefore x \geq 5$ ou $x \leq 3$ ②

Então:



Assim, os valores inteiros de x que satisfazem simultaneamente as desigualdades são tais que $2 < x \leq 3$ ou $5 \leq x < 8$, ou seja, os valores de x são 3, 5, 6 e 7. Logo, a soma pedida é 3 + 5 + 6 + 7 = 21.

15 **Letra E.**

$f(x) \in R \Leftrightarrow \sqrt{5 - ||2x-1|-6|} \in R \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5 - ||2x-1|-6| \geq 0 \Leftrightarrow ||2x-1|-6| \leq 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -5 \leq |2x-1|-6 \leq 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 \leq |2x-1| \leq 11 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} -11 \leq 2x-1 \leq -1 \\ \text{ ou} \\ 1 \leq 2x-1 \leq 11 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} -5 \leq x \leq 0 \\ \text{ ou} \\ 1 \leq x \leq 6 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x \in [-5; 0] \cup [1; 6]$

16 **QUESTÃO ANULADA.**
Letra C.

$.F = f_3 + f_4$

$$.P.A.: f_4, f_3, F \to \left\{\begin{array}{l} f_4 = f_3 - r \\ F = f + r \end{array}\right| \Rightarrow f_3 + r = f_3 + f_3 - r$$

$$\Rightarrow f_3 = 2r \to \begin{cases} f_4 = r \\ F = 3r \end{cases}$$

$.2A = 3.f_3 + 4f_4 \Rightarrow 2A = 3 \times 2r + 4 \times r = 10r \Rightarrow A = 5r$

$.V + F = A + 2 \Rightarrow 10 + 3r = 5r + 2 \Rightarrow r = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow A = 20$

17 **Letra E.**
Sendo (1; y) a única solução de tal sistema linear:

$$\begin{vmatrix} |a|.1+3y=4 \\ 6.1+|a|y=-1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow$$

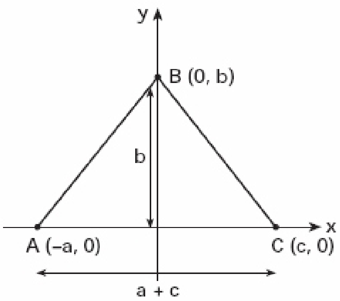
$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} y=\dfrac{4-|a|}{3} \\ 6.1+|a|.\left(\dfrac{4-|a|}{3}\right)=-1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} y=\dfrac{4-|a|}{3} \\ (|a|)^2-4(|a|)-21=0 \end{vmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} y=\dfrac{4-|a|}{3} \\ (|a|\ =7 \text{ ou } |a|=-3) \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} y=-1 \\ (a=7 \text{ ou } a=-7) \end{vmatrix}$$

Como para |a| = 7 . $\begin{vmatrix} |a| & 3 \\ 6 & |a| \end{vmatrix} \neq 0$, o sistema admite solução única. Portanto, o produto dos possíveis valores de a é 7 . (–7) = –49.

18 **Letra E.**
Supondo-se a, b e c nesta ordem em PA:
2b = a + c (1)



Se a área do triângulo é igual a b, temos:

$$\frac{(a+c)\ .\ b}{2}=b \overset{b\neq 0}{\Rightarrow} a+c=2 \qquad (2)$$

Das relações (1) e (2), resulta 2b = 2 $\therefore$ b = 1.

19 **Letra C.**

Sendo E = log $\left(\dfrac{b^3}{a^2-b^2}\left(\dfrac{a^4}{b^4}-1\right)\right)$, temos, nas condições dadas, que:

$$E = \log\left(\frac{b^3}{a^2-b^2}.\frac{a^4-b^4}{b^4}\right)$$

$$E = \log\left(\frac{b^3}{a^2-b^2}.\frac{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}{b^4}\right)$$

$$E = \log\left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)$$

Como P = (a, b) é um ponto da circunferência de centro na origem e raio 1, temos que $a^2 + b^2 = 1$.

Logo, E = $\log\dfrac{1}{b}$, ou seja, E = –log b.

20 **Letra E.**
Temos f(x) = x|x| –2x + 2 $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow f(x)=\begin{cases} x^2-2x+2, \text{ se } x\geq 0 \\ -x^2-2x+2, \text{ se } x\leq 0 \end{cases}$$

Para x ≥ 0, o gráfico de f(x) é um arco de parábola que intercepta o eixo y em f(0) = 2, tem concavidade para cima e vértice.

$$\left(-\frac{(-2)}{2.1};-\frac{(-2)^2-4.1.2}{4.1}\right)=(1;\ 1).$$

Para x ≤ 0, o gráfico de f(x) é um arco de parábola que intercepta o eixo y também em f(0) = 2, tem concavidade para baixo e vértice

$$\left(-\frac{(-2)}{2(-1)};-\frac{(-2)^2-4(-1).2}{4(-1)}\right)=(-1;\ 3).$$

Logo, a alternativa E é a que melhor representa o gráfico de f(x).