3ª Série / Vestibular

GABARITO COMENTADO

MATEMÁTICA

01. Letra C.

$$\text{raízes}: \begin{cases} 2x-1=0 \Rightarrow x=\dfrac{1}{2} \\ 1-x=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

3 casos a considerar:

I − $\dfrac{1}{2} \le x \le 1 \begin{cases} |1-x| = 1-x \\ |2x-1| = 2x-1 \end{cases}$

e teremos: $2x - 1 = 1 - x \Rightarrow 3x = 2$

$$x = \frac{2}{3}$$

II − $x < \dfrac{1}{2} \begin{cases} |1-x| = 1-x \\ |2x-1| = -2x+1 \end{cases}$

e teremos $-2x + 1 = 1 - x \Rightarrow -x = 0 \Rightarrow x = 0$

III − $x > 1 \begin{cases} |1-x| = -1+x \\ |2x-1| = 2x-1 \end{cases}$

e teremos: $2x - 1 = -1 + x \Rightarrow x = 0$

Assim, as raízes serão $\underline{0}$: e $\underline{\dfrac{2}{3}}$.

02. Letra A.

$x - r + x + x + r = 15 \Rightarrow x = 5$

e teremos: $\begin{cases} 5-r \Rightarrow a \\ 5 \Rightarrow b \\ 5+r \Rightarrow c \end{cases}$

$a^2 + b^2 + c^2 = 107$

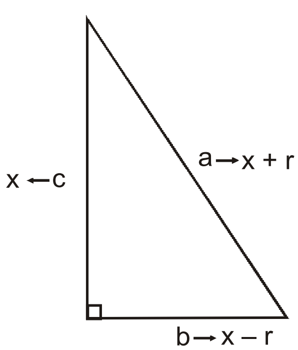
$25 - \cancel{10r} + r^2 + 25 + 25 + \cancel{10r} + r^2 = 107$

$2r^2 = 107 - 75 \Rightarrow 2r^2 = 32 \Rightarrow r = 4$

A seqüência é: 1 5 9...

$a_{10} = a_1 + 9r \rightarrow a_{10} = 1 + 9(4) = 37$

03. Letra B.



$x + x + r + x - r = 72$

$3x = 72$

$x = 24$

Então: $\begin{cases} a = 24+r \\ b = 24-r \\ c = 24 \end{cases}$

Como $a^2 = b^2 + c^2$, vem $(24 + r)^2 = (24 - r)^2 + 24^2$

$\cancel{576} + 48r + \cancel{r^2} = \cancel{576} - 48r + \cancel{r^2} + 576$

$96r = 576 \Rightarrow r = 6$

Então: $b = 24 - 6 \rightarrow b = 18$

Área $= \dfrac{bc}{2} = \dfrac{18 \cdot 24}{2} = 216$ u . a

04. Letra E.

$a_1 = x$, $a_2 = xq$, $a_3 = xq^2$, $a_4 = xq^3$

$xq^3 - x = 52 \rightarrow x(q^3 - 1) = 52$

$xq^2 - xq = 12 \rightarrow x(q^2 - q) = 12$

$\dfrac{q^3-1}{q^2-q} = \dfrac{52}{12}$; mas $q^3 - 1 = (q - 1)(q^2 + q + 1)$; logo:

$$\frac{\cancel{(q-1)}(q^2+q+1)}{q \cdot \cancel{(q-1)}} = \frac{13}{3}$$

$3q^2 + 3q + 3 = 13q \rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0$

$$q = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{3} \Rightarrow q = \frac{10 \pm 8}{6}$$

$$\begin{cases} q = 3 \Rightarrow \text{PG crescente} \\ q = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \text{PG decrescente} \end{cases}$$

Logo: $q = 3$. Como $x(q^2 - q) = 12$, vem: $x(9 - 3) = 12 \Rightarrow x = 2$

Então: $a^1 = 2$, $a^2 = 6$, $a^3 = 18$ e $a^4 = 54$.

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 80$

05. Letra B.

$$\begin{matrix} 1\ a\ b \rightarrow PA \rightarrow \\ 1\ b\ a \rightarrow PG \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} b + 1 = 2a \\ b^2 = a \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 2a = b + 1 \\ 2a = 2b^2 \end{matrix} \Rightarrow 2b^2 = b + 1 \Rightarrow 2b^2 - b - 1 = 0$$

$$b = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} \begin{cases} b = 1 \\ b^2 = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$b = 1$ não convém, pois $a \neq b$.

Logo: $b = -\dfrac{1}{2}$.

Como $a = b^2 \Rightarrow a = \dfrac{1}{4}$.

06. Letra E.

Número de tipos de embalagem:

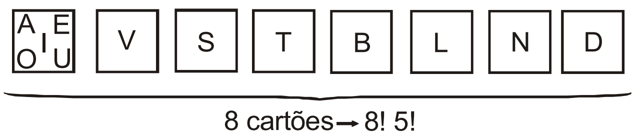
$$C_8^4 = \frac{\cancel{8} \;.\; 7 \;.\; \cancel{6}^{2} \;.\; 5}{1 \;.\; \cancel{2} \;.\; \cancel{3} \;.\; \cancel{4}} = 70$$

Número de tipos onde não há folhas:

$$C_6^4 = C_6^2 = \frac{6 \;.\; 5}{1 \;.\; 2} = 15$$

Números de tipos com ao menos uma folha:
70 – 15 = 55

07. Letra E.
Total de anagramas: 12!
Observe:



Possuem 5 vogais juntas.
Logo: 12! – (8!) (5!)

08. Letra C.
0 (3, 1) → centro do círculo
$9 + 1 - R^2 = -6 \Rightarrow R^2 = 16$
$S = \pi R^2 \Rightarrow S = 16\pi$

09. Letra D.
Todo ponto do eixo **y** tem abscissa igual a **zero**, isto é, é da forma (0, y); então:
$x^2 + y^2 - 4x + 4y + 1 = 0$ (x = 0)

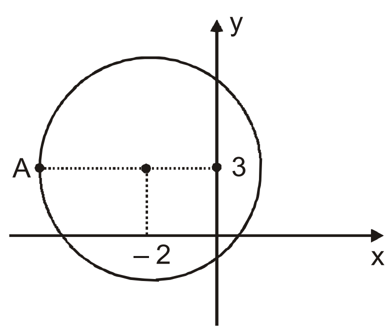
$$y^2 + 4y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4}}{2}$$

$$y = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2} \begin{cases} -2-\sqrt{3} \\ -2+\sqrt{3} \end{cases}$$

Então: A $(0;\ -2-\sqrt{3})$ e B $(0;\ -2+\sqrt{3})$

$$\overline{AB} = \left|\left(-2+\sqrt{3}\right)-\left(-2-\sqrt{3}\right)\right| \Rightarrow \overline{AB} = 2\sqrt{3}$$

10. Letra D.
O círculo tem centro no ponto O (– 2; 3) e raio 5:

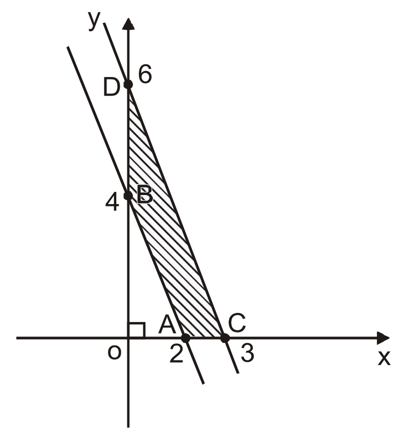


O ponto de abscissa mínima que pertence à circunferência é o ponto A (– 7; 3).

11. Letra A.
Como as retas são paralelas, temos que a = – 2 e:

$$r_1 \equiv y = -2x + 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 0,\ y = 4 \\ x = 2,\ y = 0 \end{cases}$$

$$r_2 \equiv y = -2x + 6 \Rightarrow \begin{cases} x = 0,\ y = 6 \\ x = 3,\ y = 0 \end{cases}$$

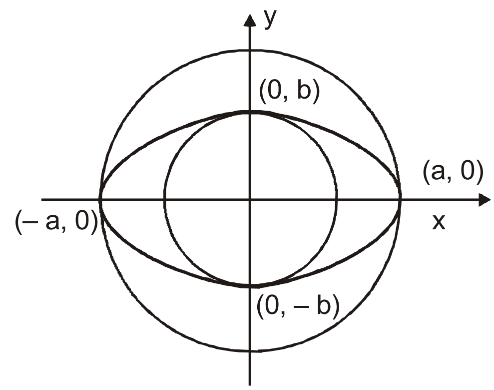


$$S_{OAB} = \frac{4 \;.\; 2}{2} = 4$$

$$S_{ODC} = \frac{6 \;.\; 3}{2} = 9$$

Área hachurada: $\underbrace{9-4}_{5}$

12. Letra A.



$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$a^2 = 25;\ a = 5$
$b^2 = 16;\ b = 4$
Os raios dos dois círculos são os semi-eixos da elipse, isto é, **5** e **4**.
Logo: $S = 25\pi - 16\pi = 9\pi$

13. Letra D.
$V = 50 \;.\; 25 \;.\; 3 = 3750\ m^3$
Cada metro cúbico tem 1000 litros; portanto: v = 3.750.000 ℓ.

14. Letra C.

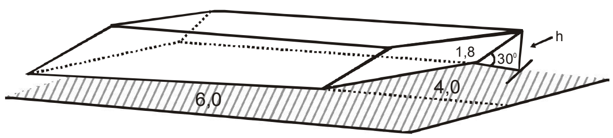
$$A = \frac{n_1f_1 + n_2f_2 + n_3f_3}{2} \Rightarrow A = \frac{3 \;.\; 8 + 5 \;.\; 4 + 6 \;.\; 2}{2}$$

A = 28
F = 8 + 4 + 2
F = 14

Como V + F = A + 2, temos: V + 14 = 28 + 2
V = 16

15. Letra C.
$360^0\ (V-2) = 3960^0 \Rightarrow V - 2 = 11 \Rightarrow V = 13$
$V + F = A + 2 \Rightarrow 13 + F = 21 + 2 \Rightarrow F = 10$

16. Letra E.



$\text{sen } 30^0 = \dfrac{h}{1,8}$ => h = 0,9 cm

$V = 6 \,.\, 4 \,.\, 0,9 = 21,6 \text{ cm}^3$

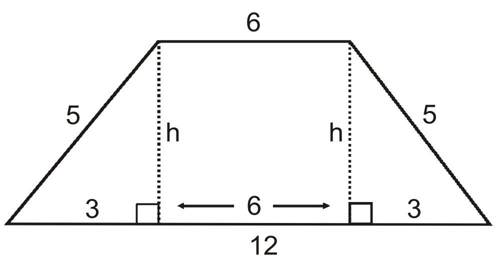
17. Letra D.

Duas faces do telhado são triângulos equiláteros: logo:

$$S = 2 \,.\, \frac{25\sqrt{3}}{4} = \frac{25 \,.\, 1,8}{2}$$

$S = 22,50 \text{ m}^2$

Duas faces são trapézio isósceles: h = 4



$$S = \frac{12+6}{\cancel{2}} \,.\, \overset{2}{\cancel{4}} = 36 \text{ m}^2$$

$S_T = 22,50 + 72 = 94,50 \text{ m}^2$

Número de telhas: 94,50 x 16 = 1512 telhas ou 1,56 milheiro.

Custo: 1,512 x 840 = R$ 1270,08.

18. Letra E.

$S_T = 6x^2$

$V = x^3$

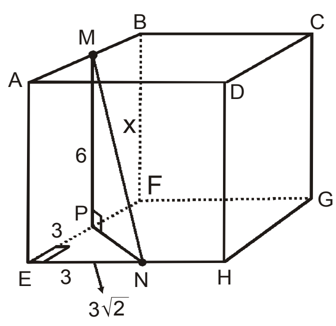
$x^3 = 6x^2 : x^2$

$x = 6$

19. Letra B.

$a^3 = 216$

a = 6 cm



Sejam $\overline{AB}$ e $\overline{EH}$ duas arestas reversas e M e N seus pontos médios.

ΔMPN:

$x^2 = 6^2 + (3\sqrt{2})^2$

$x^2 = 36 + 18$

$x^2 = 54$

$x = \sqrt{9 \,.\, 6}$

$x = 3\sqrt{6}$

20. Letra C.

$$\frac{(m+1)! \;-\; m!}{(m-1)!} = \frac{(m-1)!\; m \,.\, (m+1) - (m-1)!\; m}{(m-1)!} = \frac{(m-1)!(m(m+1)-m)}{(m-1)!} =$$

$$m\,(m+1) - m = m^2 + m - m = m^2$$