GLOBO ONLINE EDUCAÇÃO
Dever de Casa
Conteúdo: gpi
Tecnologia: Colégio 24 Horas

3ª Série / Vestibular

GABARITO COMENTADO

MATEMÁTICA

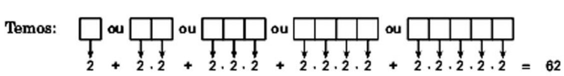
01. Letra C.
Uma das empresas necessariamente ficará com 2 trabalhos. Podemos efetuar a escolha desse bloco de 2 trabalhos de $C_{4,2}$ modos. Esse bloco de 2 trabalhos, junto com os dois trabalhos restantes, podem ser distribuídos às 3 empresas de 3! maneiras. Assim, pelo Princípio Fundamental da Contagem:

$$C_{4,2} \,.\, 3! = \frac{4!}{2!\;2!} \,.\, 3! = 36 \text{ maneiras}$$

02. Letra B.
Sendo x o número de homens, temos:
– cumprimentos entre 2 homens: $2 \,.\, C_{x,2}$
– cumprimentos entre um homem e uma mulher: $x \,.\, (37 - x)$
Assim: $2 \,.\, C_{x,2} + x(37 - x = 720$
$x \,.\, (x - 1) + 37x - x^2 = 720$
$$\cancel{x^2} - x + 37x - \cancel{x^2} = 720 \;\therefore\; x = 20$$
Logo, o número de mulheres é 37 – 20, ou seja, 17.

03. Letra B.
Para a distribuição das cotas em 5 grupos, temos:
{1, 1, 1, 1, 5}, {1, 1, 1, 2, 4}, {1, 1, 1, 3, 3}, {1, 1, 2, 2, 3} ou {1, 2, 2, 2, 2}.
Permutando as quantidades de cotas entre os 5 investidores, temos:
$P_5^{(4)} + P_5^{(3)} + P_5^{(3,2)} + P_5^{(2,2)} + P_5^{(4)} = 5 + 20 + 10 + 30 + 5 = 70$

04. Letra B.



05. Letra D.
Sendo **P(A)**, **P(B)** e **P(C)**, respectivamente, as probabilidades de ocorrer **A**, **B** e **C**, temos:

$$\begin{cases} P(A) = 5 \,.\, P(B) \\ P(B) = \dfrac{1}{2} \,.\, P(C) \\ P(A) + P(B) + P(C) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(A) = \dfrac{5}{2} \,.\, P(C) \\ P(B) = \dfrac{1}{2} \,.\, P(C) \\ \dfrac{5}{2} \,.\, P(C) + \dfrac{1}{2} \,.\, P(C) + P(C) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P(A) = \dfrac{5}{8} = 62{,}5\% \\ P(B) = \dfrac{1}{8} = 12{,}5\% \\ P(C) = \dfrac{1}{4} = 25\% \end{cases}$$

Portanto:
P(A U B) = 62,5% + 12,5% = 75%
P(A U C) = 62,5% + 25% = 87,5%
P(B U C) = 12,5% + 25% = 37,5%

06. Letra B.
Na tabela, com curso superior completo ou incompleto, temos 6% de jovens, 7% de mulheres e 10% de homens. Considerando os percentuais da população, a probabilidade pedida é:
$P = 0{,}06 \,.\, 0{,}48 + 0{,}07 \,.\, 0{,}27 + 0{,}10 \,.\, 0{,}25 = 0{,}0727 \;\therefore\; P = 7{,}27\%$

07. Letra A.
Sendo (pai, filho) e (filho, neto), temos:
(M, A) e (A, A) ou (M, M) e (M, A) ou (M, B) e (B, A) ∴

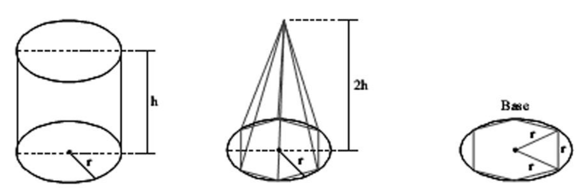
$$\frac{3}{8} \,.\, \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \,.\, \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \,.\, \frac{1}{8}, \text{ ou seja, } \frac{13}{32}.$$

08. Letra E.
Pelo enunciado, a medida do menor arco $\widehat{BC}$ é igual a $2 \,.\, 60^0$, ou seja 120^0. Seja **S** a área da superfície BB'C'C, em cm^2. Logo:

$$S = \left(\frac{2 \,.\, \pi \,.\, 10}{\dfrac{360^0}{120^0}} \right) . \, 24 \;\therefore\; S = 160\,\pi$$

09. Letra E.
Sendo **V** o número de vértices do prisma, do enunciado, temos:
$(V - 2) \,.\, 360^0 = 7200^0$
$V = 22$

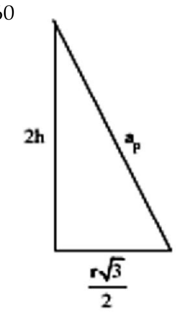
10. Letra A.
Sejam o cilindro e a pirâmide:
$V = \pi r^2 \,.\, h = 360\,\pi$
$r^2 h = 360$ (I)



Calculando a área da base da pirâmide, temos:

$$A_B = 6 \,.\, \frac{r^2\sqrt{3}}{4} = 54\sqrt{3} \Rightarrow \frac{3r^2}{2} = 54 \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = 6 \text{ cm}$$

Substituindo r = 6 cm em (I), segue: $36 \,.\, h = 360$
$\Rightarrow$ h = 10 cm
Calculando o apótema da pirâmide, temos:



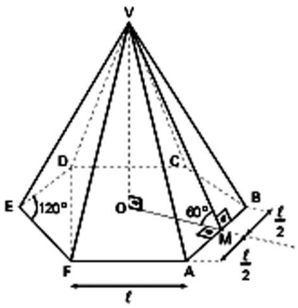
$$(2h)^2 + \left(\frac{r\sqrt{3}}{2}\right)^2 = a_P^{\,2}$$

$a_P^{\,2} = 20^2 + (3\sqrt{3})^2$
$a_P^{\,2} = 400 + 27$
$a_P = \sqrt{427}$ cm
Para o cálculo da área lateral, segue:

$$A_\ell = 6 \,.\, \left(\frac{r \,.\, a_P}{2}\right) = 3r \,.\, a_P \Rightarrow A_\ell = 3 \,.\, 6 \,.\, \sqrt{427} \Rightarrow A_\ell = 18\sqrt{427} \text{ cm}^2$$

11. Letra A.

Do enunciado, temos a figura, cotada em **cm**, em que está representada a pirâmide regular hexagonal **VABCDEF**, de vértice **V**:



O ... centro do hexágono regular **ABCDEF**;
ℓ ... medida de cada lado do hexágono regular **ABCDEF**;

$DF = 3\sqrt{3}$.

Aplicando o teorema dos co-senos ao triângulo **DEF**, temos:

$(DF)^2 = (DE)^2 + (EF)^2 - 2 \cdot DE \cdot EF \cdot \cos 120^0$

$$\left(3\sqrt{3}\right)^2 = \ell^2 + \ell^2 - 2 \cdot \ell \cdot \ell \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \therefore \ell = 3$$

Sendo $\overline{OM}$ uma altura do triângulo eqüilátero OAB, temos que:

$$OM = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

No triângulo retângulo VOM, temos:

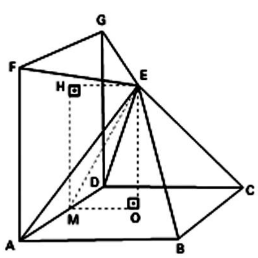
$$\cos 60^0 = \frac{OM}{VM} \therefore \frac{1}{2} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{VM} \therefore VM = 3\sqrt{3}$$

Logo, a área **S** pedida é tal que:

$$S = 6 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2} \therefore S = \frac{81\sqrt{3}}{2}$$

12. Letra C.

Do enunciado, temos a figura:



O ... centro do quadrado **ABCD**;
EO = 3 cm;
EM = 5 cm

$$OM = \frac{1}{2}AD.$$

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo **EOM**, temos:

$(OM)^2 + (EO)^2 = (EM)^2$

$(OM)^2 + (3)^2 = (5)^2 \therefore$

OM = EH = 4 cm e AD = 8 cm.

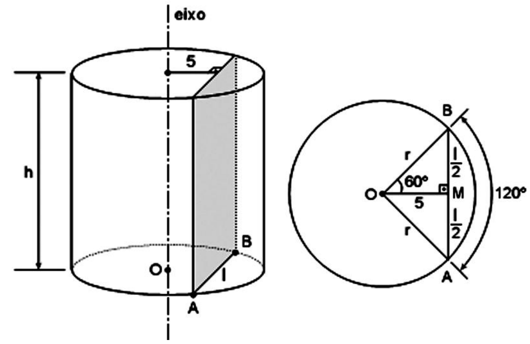
Como a aresta **AF** é 5% maior que a aresta **AD**, então a medida **AF**, em cm, é igual a 1,05 . 8, ou seja, 8,4. Logo, o volume **V** pedido, em cm^3, é tal que:

$$V = \frac{1}{3} \cdot (AD) \cdot (AF) \cdot (EF)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot (8) \cdot (8{,}4) \cdot (4) \therefore V = 89{,}6$$

13. Letra E.

Do enunciado, temos a figura:



No triângulo retângulo **OMB**, temos:

$$\cos 60^0 = \frac{5}{r} \therefore r = 10$$

$$\operatorname{sen} 60^0 = \frac{\frac{l}{2}}{10} \therefore l = 10\sqrt{3}$$

Do enunciado, vem:

$l \cdot h = 30\sqrt{3}$, ou seja, $10\sqrt{3} \cdot h = 30\sqrt{3} \therefore h = 3.$

A área do segmento circular, que é a base da parte menor do cilindro seccionado, é:

$$\frac{120^0}{360^0} \cdot \pi \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ou seja, } \frac{100\pi}{3} - 25\sqrt{3}.$$

O volume pedido, em cm^3, é:

$$\left(\frac{100\pi}{3} - 25\sqrt{3}\right) \cdot 3, \text{ ou seja, } 100\pi - 75\sqrt{3}.$$

14. Letra C.

Sejam V_A a capacidade total de azeite e V_V a capacidade total de vinagre, em centímetros cúbicos. De acordo com a figura, a altura do cone é (h – 5) cm e os raios das bases do cilindro e do cone medem 5 cm.

Assim, de acordo com o enunciado, temos:

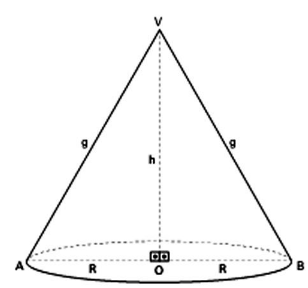
$$\frac{V_A - V_V}{V_V} = 5 \Leftrightarrow \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot h - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot (h-5)}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot (h-5)} = 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3\pi \cdot 5^2 \cdot h - \pi \cdot 5^2 \cdot (h-5)}{\pi \cdot 5^2 \cdot (h-5)} = 5 \Leftrightarrow 3h - h + 5 = 5h - 25 \Leftrightarrow h = 10$$

Portanto, o valor de **h** é 10 cm.

15. Letra E.

Do enunciado, temos a figura:



V ... vértice do cone;
O ... centro da base;
h ... medida da altura do cone;
R ... medida do raio da base do cone;
g ... medida da geratriz do cone.

Devemos ter:

$$\pi \cdot R^2 + \pi \cdot R \cdot g = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (R+g)^2$$

$$\pi R(R+g) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (R+g)^2$$

3R = g + R
g = 2R (1)

No triângulo retângulo **VOA**, temos:
$(VO)^2 + (OA)^2 = (VA)^2$
$h^2 + R^2 = (2R)^2$
$h = R\sqrt{3}$

Sendo **V** o volume pedido, temos:

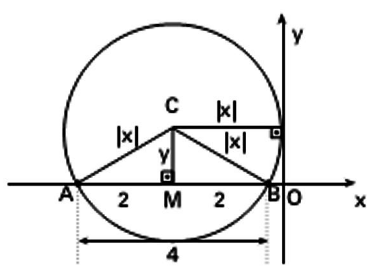
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot R\sqrt{3}$$

$$V = \frac{\pi R^3\sqrt{3}}{3}$$

$$V = \frac{\pi R^3}{\sqrt{3}}$$

16. Letra C.
Seja C(x,y) o centro de uma destas circunferências, nas condições do enunciado, com x < 0 e y > 0.

Temos a figura:

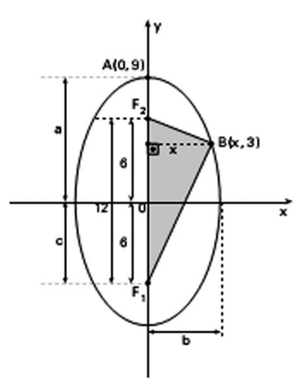


Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo **AMC**, temos:
$|x|^2 = y^2 + 2^2$

$\therefore\ x^2 - y^2 = 4$, ou seja: $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$

Logo, $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$, com x < 0 e y > 0, representa parte de uma hipérbole. Assim, o lugar geométrico dos centros destas circunferências é parte de uma hipérbole.

17. Letra D.
Do enunciado, temos a figura:



– semi-eixo maior: a = 9
– semi-eixo menor: b
– semidistância focal: c = 6

Temos que: $b^2 + c^2 = a^2$
$b^2 + 6^2 = 9^2$
$b^2 = 45$

Assim, uma equação da elipse é $\frac{y^2}{81} + \frac{x^2}{45} = 1$.

Como B(x, 3) pertence à elipse, temos:

$$\frac{3^2}{81} + \frac{x^2}{45} = 1$$

$$x = 2\sqrt{10}$$

Logo, a área do triângulo BF_1F_2 é igual a $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 2\sqrt{10}$, ou seja, $12\sqrt{10}$.

18. Letra E.
(x + y) (x – y) + 5 (x – y) = 0
(x – y) (x + y + 5) = 0

19. Letra B.
Por tangência, na esfera $\mathbf{s_1}$, teremos: $PP_1 = PF_1$. Analogamente na esfera $\mathbf{s_2}$, teremos: $PP_2 = PF_2$

20. Letra A.
Do enunciado, temos que:

$$x_t = -\frac{(-t)}{2 \cdot 1} \ \therefore\ t = 2x_t \qquad (1)$$

Ainda, $y_t = x_t^2 - t \cdot x_t + 2$ (2)
De (1) e (2), vem:
$y_t = x_t^2 - 2x_t \cdot x_t + 2$, ou seja, $y_t = -x_t^2 + 2$.
Logo, o lugar geométrico pedido é uma parábola.