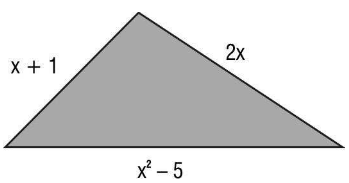
GABARITO COMENTADO

MATEMÁTICA

01. Letra D.
$f(0{,}01) = |\,10\,.\,0{,}01 - 5\,| = |\,0{,}1 - 5\,| = |-4{,}9| = 4{,}9$

02. Letra E.



$(x + 1,\ 2x,\ x^2 - 5) \rightarrow$ PA
$(x + 1) + (x^2 - 5) = 2\,.\,2x$
$x^2 - 3x - 4 = 0$

$$x = \frac{3 \pm 5}{2} \begin{cases} x' = 4 \\ x'' = -1 \text{ (não convém)} \end{cases}$$

PA: (5, 8, 11)
Perímetro = 5 + 8 + 11 = 24

03. Letra B.

$$(3, 6, 12, 24, \ldots) \begin{cases} a_1 = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad (q \neq 1)$$

$$S_n = \frac{3 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 3 \cdot 2^2 - 3$$

Então, $50.000 < 3\,.\,2^n - 3 < 100.000$
$50.003 < 3\,.\,2^n < 100.003$
$16.667{,}\overline{6} < 2^n < 33.334{,}\overline{3}$

Como $2^{14} = 16.384$ e $2^{15} = 32.768$, temos que $\mathbf{n = 15}$.

04. Letra A.
Partindo de 64.000, temos:

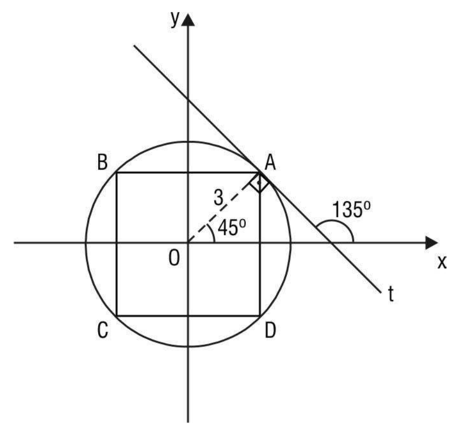
$$\left.\begin{array}{l} \text{fixando } 64 \rightarrow \boxed{64}\ \ldots\ldots\ldots\ldots A_{6,3} \\ \text{fixando } 65 \rightarrow \boxed{65}\ \ldots\ldots\ldots\ldots A_{6,3} \\ \text{fixando } 67 \rightarrow \boxed{67}\ \ldots\ldots\ldots\ldots A_{6,3} \\ \text{fixando } 69 \rightarrow \boxed{69}\ \ldots\ldots\ldots\ldots A_{6,3} \end{array}\right\} 4 \cdot A_{6,3}$$

Com o mesmo raciocínio, temos começando por 7:
70, 71, 72, 74, 75, 76, 79 $\rightarrow 7\,.\,A_{6,3}$

Idem para os números que começam por 9:
90, 91, 92, 94, 95, 96, 97 $\rightarrow 7\,.\,A_{6,3}$

Assim, $4\,.\,A_{6,3} + 7\,.\,A_{6,3} + 7\,.\,A_{6,3} = 18\,.\,A_{6,3} = 18 \cdot \frac{6!}{3!} = 2.160$

05. Letra B.
A circunferência $x^2 + y^2 = 9$ tem como centro na origem e raio $r = 3$.



Como ABCD é um quadrado inscrito na circunferência e seus lados são paralelos aos eixos cartesianos, o vértice A (no 1º quadrante) tem coordenadas $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$.

A reta (t) tangente à circunferência no ponto $A\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ tem coeficiente angular $m_t = \text{tg } 135^\circ = -1$ e sua equação é:

$$y - \frac{3\sqrt{2}}{2} = -1 \cdot \left(x - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right) \Leftrightarrow y + x - 3\sqrt{2} = 0$$

06. Letra A.
Uma equação da reta **s** é:

$$\frac{x}{12} + \frac{y}{4} = 1$$

Como $C = (\alpha; \alpha)$ pertence à reta **s**,

$$\frac{\alpha}{12} + \frac{\alpha}{4} = 1 \qquad \textbf{(x12)}$$

$\alpha + 3\alpha = 12$
$4\alpha = 12 \therefore \alpha = 3$

Assim, a circunferência tem centro $C = (3; 3)$ e raio $r = 3$.
Sua equação é: $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$

07. Letra D.
Os pontos de intersecção da elipse e da reta são obtidos resolvendo-se o sistema formado pelas suas equações.
Assim, devemos ter:

$$\begin{cases} x^2 + \dfrac{y^2}{2} = \dfrac{9}{4} \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

Então, $x^2 + \frac{(2x+1)^2}{2} = \frac{9}{4}$, ou seja, $12x^2 + 8x - 7 = 0$.

$$x = \frac{-8 \pm 20}{24} \begin{cases} x_1 = 1/2 \\ x_2 = -7/6 \end{cases}$$

Se $x_1 = \frac{1}{2}$, então $y_1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 1 \therefore y_1 = 2$

Se $x_2 = -\frac{7}{6}$, então $y_2 = 2 \cdot \left(-\frac{7}{6}\right) + 1 \therefore y_2 = -\frac{4}{3}$

Assim, temos: $A\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ e $B\left(-\frac{7}{6}, -\frac{4}{3}\right)$

O ponto médio de $\overline{AB}$ é $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

08. Letra D.

Da equação, temos: $a^2 = 36 \therefore a = 6$.

Como $d = 2a$ e $d = \ell\sqrt{2}$, temos: $12 = \ell\sqrt{2} \therefore \ell = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$.

A área do quadrado é $S = \ell^2$.

Logo, $S = (6\sqrt{2})^2 \Rightarrow S = 72$.

09. Letra E.

I. Falsa, contradiz um axioma.
II. Verdadeira, é um axioma.
III. Verdadeira, é um axioma.

10. Letra D.

$V = 1000\ cm^3 \Rightarrow \ell \cdot \ell \cdot \frac{5}{32} = 1000 \Rightarrow \ell^2 = 6400 \therefore \ell = 80$ cm

11. Letra A.

$V' = S'_b \cdot h' \Rightarrow V' = 0,9 \cdot S_b \cdot 1,2\ h \Rightarrow V' = 1,08 S_b \cdot h \therefore V' = 1,08V$

Logo, o volume do prisma aumenta de 8%.

12. Letra D.

$\frac{3x^2}{48} + \frac{4y^2}{48} = \frac{48}{48} \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$

$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$

$b^2 = 12 \Rightarrow b = \sqrt{12} \Rightarrow b = 2\sqrt{3}$

$2a = 8;\ 2b = 4\sqrt{3}$

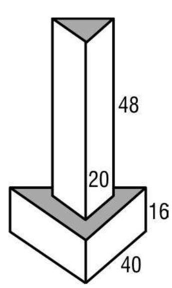
13. Letra A.

$S_\ell = 5 \cdot 4 \cdot 20$

$\therefore S_\ell = 400\ cm^2$

14. Letra E.

Prisma superior:



$S_b = \frac{20^2\sqrt{3}}{4} = 100\sqrt{3} \therefore S_b = 170\ cm^2$

$S_\ell = 3 \cdot 20 \cdot 48 \therefore S_\ell = 2880\ cm^2$

$S_t = 2880 + 170 \therefore S_t = 3050\ cm^2$

Prisma inferior:

$S_{b(inf.)} = \frac{40^2\sqrt{3}}{4} = 400\sqrt{3} \therefore S_{b(inf.)} = 680\ cm^2$

$S_{b(sup.)} = 680 - 170 \therefore S_{b(sup.)} = 510\ cm^2$

$S_\ell = 3 \cdot 40 \cdot 16 \therefore S_\ell = 1920\ cm^2$

$S_t = 680 + 510 + 1920 \therefore S_t = 3110\ cm^2$

Área total do sólido: $3050 + 3110 \therefore S_T = 6160\ cm^2$

15. Letra B.

$S_\ell = 2\ (3 \cdot 4 + 8 \cdot 3)$

$S_\ell = 70\ m^2$

1 lata → 50 m² ; logo, faltam 22 m².

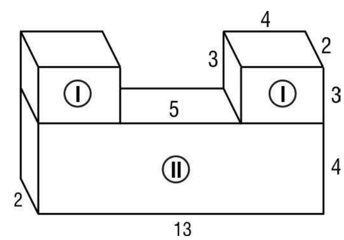
50 m² — 100%

22 m² — x

x = 44% (tinta gasta)

Portanto, restam 56% de tinta.

16. Letra A.



$S_{Ⓘ} = 2\ (3 \times 4 + 3 \times 2) + 2 \times 4 = 44$

$S_{Ⓘⓘ} = 2(13 \times 4 + 4 \times 2) + 13 \times 2 + 5 \times 2 = 156$

$S_t = 2 \cdot S_{Ⓘ} = S_{Ⓘⓘ} = 88 + 156 = 244$

17. Letra D.

As medidas das arestas podem ser representadas por:

$a = \frac{1}{2};\ b = \frac{1}{2}q;\ c = \frac{1}{2}q^2$

$V = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}q\right) \cdot \left(\frac{1}{2}q^2\right) \Rightarrow 64 = \frac{q^3}{8} \Rightarrow q = 8$

$b = \frac{1}{2}q \therefore b = 4$

$c = \frac{1}{2}q^2 \therefore c = 32$

As outras duas arestas medem 4 cm e 32 cm.

18. Letra B.

$S_b = 6 \cdot \left(\frac{6^2\sqrt{3}}{4} - \frac{2^2\sqrt{3}}{4}\right) \therefore S_b = 48\sqrt{3}\ cm^2$

$S_\ell = 6 \cdot (6 \cdot 2 + 2 \cdot 2) \therefore S_\ell = 96\ cm^2$

Área total do sólido:

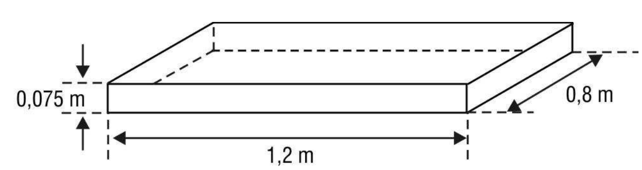
$S_t = S_\ell + 2\,S_b \Rightarrow S_t = 96 + 96\sqrt{3} \therefore S_t = 96\ (1 + \sqrt{3})\ cm^2$

19. Letra A

$S_t = 6a^2 = 6 \times 22^2$

$S_t = 2904\ cm^2$

20. Letra C.



$V_{obj.} = 1,2 \times 0,8 \times 0,075 \therefore V_{obj.} = 0,072\ m^3$