GLOBO ONLINE EDUCAÇÃO

Dever de Casa

Conteúdo: gpi

Tecnologia: COLÉGIO 24 HORAS

3ª Série / V

O.S.:01323071107

GABARITO COMENTADO

MATEMÁTICA

01. Letra D.

Colocando os anagramas de FUVEST em ordem alfabética:

$E\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}$

$5! = 120$ (da 1ª à 120ª)

$F\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}$

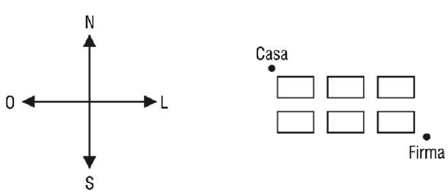
$5! = 120$ (da 121ª à 240ª)

$SE\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_}$

$4! = 24$ (da 241ª à 264ª)

Logo, a 250ª "palavra" começa por SE.

02. Letra A.



A menor distância é 5 quadras.
Alguns caminhos:

SSLLL
LSLSL
LSLLS

Um caminho difere do outro quando mudamos as posições dos elementos da seqüência SSLLL.
Logo, o número de caminhos é igual ao número de permutações da seqüência SSLLL.

Temos, portanto, $\dfrac{5!}{2!\,3!} = 10$ caminhos.

03. Letra B.

7 diretores ↗ Bruno, ↘ 6 outros

Bruno $\dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 20$

Outro modo:
Comissões com Bruno:

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4!} - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4!} = 35 - 15 = 20$$

04. Letra E.

Número de apertos de mão = 66

$$\frac{n \cdot (n-1)}{2!} = 66$$

$n^2 - n = 132$

$n^2 - n - 132 = 0$ ↗ $n = 12$; ↘ $n = -11$ (não convém)

$\therefore\ n = 12$ (12 é um múltiplo de 6)

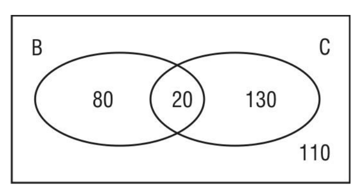
05. Letra D.

Temos que escolher 2 alunos menores de h_7 e 2 alunos maiores que ele.
(repare que essas escolhas não são ordenadas, pois escolher h_3 e h_5 é o mesmo que escolher h_5 e h_3, uma vez que $h_3 < h_5$).

2 menores		h_7		2 maiores	
$\dfrac{6 \cdot 5}{2!}$	$\cdot$	1	$\cdot$	$\dfrac{3 \cdot 2}{2!}$	$= 15 \cdot 3 = 45$

06. Letra C.

$B \to 100$
$C \to 150$
$B \cap C \to 20$



$$P = \frac{110}{340} = \frac{11}{34}$$

07. Letra C.

Sendo $P(1) = x$, temos:

$P(2) = 2x$
$P(3) = 3x$
$P(4) = 4x$
$P(5) = 5x$
$P(6) = 6x$

Mas $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$
$x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1$

$21x = 1 \Rightarrow x = \dfrac{1}{21} \Rightarrow P(5) = \dfrac{5}{21}$

08. Letra B.

II \ I	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

A : soma é um múltiplo de 3
B : soma é maior que 9
A   B : soma é 12
$P(A \cap B) = P(A) + P(B) \cup P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = \frac{12}{36} + \frac{6}{36} - \frac{1}{36} = \frac{17}{36}$$

09. Letra C.

Temos 7 bolas a serem distribuídas em 5 linhas. Para garantir que a probabilidade de o cliente ganhar não seja zero, devemos ter no mínimo uma bola em cada linha. No cartão referido, sabemos que tanto a linha 4 quanto a 5 têm duas bolas cada uma. Assim, a linha 1 tem 1 bola e dois X, a linha 2 tem 1 bola e 3 X, a linha 3 tem 1 bola e dois X, a linha 4 tem duas bolas e um X e a linha 5 tem 2 bolas.

A probabilidade de o cliente ganhar o prêmio com esse cartão é o produto das probabilidades de obter bola em cada linha, ou seja:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{54}$$

10. Letra B.

$$\left.\begin{matrix} 4H \\ 5M \\ 3A \end{matrix}\right\} 12 \text{ balas}$$

P (2 do mesmo sabor) = P(HH) + P(MM) + P(AA)
HH ou MM ou AA

$$P = \overset{\frown}{\frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11}} + \overset{\frown}{\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11}} + \overset{\frown}{\frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11}}$$

$$P = \frac{1}{11} + \frac{5}{33} + \frac{1}{22} = \frac{6+10+3}{66} = \frac{19}{66}$$

11. Letra B.

Seja $z = \sqrt{2} + \sqrt{2} \, . \, i$

$$|z| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$z^n = 2^n \left(\cos\frac{n\pi}{4} + i \, . \, \operatorname{sen}\frac{n\pi}{4} \right)$$

z^n será real se : $\operatorname{sen}\frac{n\pi}{4} = 0 \Rightarrow \frac{n\pi}{4} - k\pi \therefore n = k \, . \, 4$

$k \in Z_+^*$ (n deve ser múltiplo de 4)

12. Letra D.

Devemos ter $n = k \, . \, 4$ para ser real e $n \in \{ 4, 8, 12, ... \}$

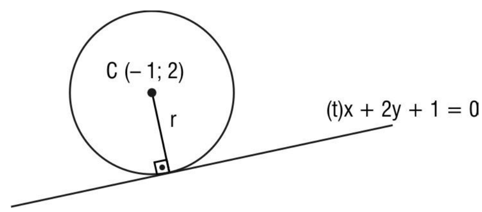
$\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right) > 0$ (para ser positivo)

se $n = 4 \Rightarrow \cos\pi < 0$ (não convêm)

se $n = 8 \Rightarrow \underbrace{\cos 2\pi > 0}_{\cos 0}$

O menor n natural, não nulo, para que z^n seja real e estritamente positivo é n = 8.

13. Letra D.



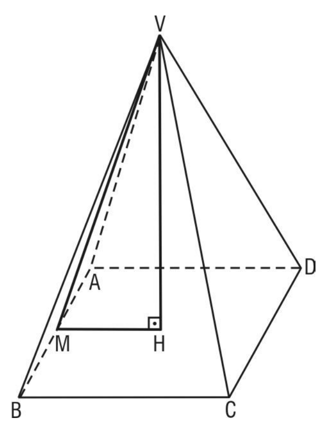
$$r = d_{(C,t)} = \frac{|-1 + 2 \, . \, 2 + 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow r = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

A equação procurada é:

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = \frac{16}{5} \Rightarrow 5(x + 1)^2 + 5(y - 2)^2 = 16$$

14. Letra A.



A área da base é:
$A_b = (AB)^2 = (233 \text{ m})^2 = 54289 \text{ m}^2$
A área lateral é igual à soma das áreas de quatro triângulos isósceles congruentes, um dos quais é o triângulo AVB, de base AB = 233 m e altura $\overline{VM}$.
No Δ VMH, retângulo, temos:

$$(VH)^2 + (MH)^2 = (VM)^2 \Rightarrow (146)^2 + \left(\frac{233}{2}\right)^2 = (VM)^2 \Rightarrow VM \cong 186{,}78$$

Logo:

$$A\ell = 4 \, . \, A_{\Delta AVM} = 4 \, . \, \frac{(AB)(VM)}{2} = 2 \, (AB) \, (VM) =$$

$= 2 \, (233 \text{ m}) \, (186{,}78 \text{ m}) = 87039{,}48 \text{ m}^2$
$A_t = A_b + A_\ell = 54289 \text{ m}^2 + 87039{,}48 \text{ m}^2 = 141328{,}48 \text{ m}^2$

15. Letra C.

Sendo **r** a medida do raio da base e **h** a medida da altura, temos:

$$r = \frac{1}{5}\,h \ \text{ e } A_t = 108\pi$$

Como $A_t = A_{(\ell)} + 2 \,.\, A_b$, então: $108\pi = 2\pi\, r^2 \Rightarrow rh + r^2 = 54$.

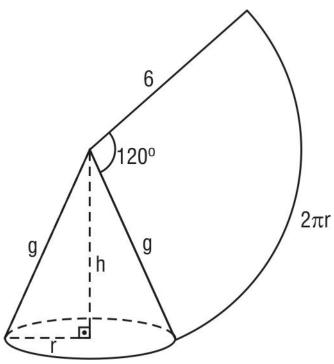
Substituindo $r = \frac{1}{5}\,h$, vem:

$$\frac{1}{5}h \,.\, h + \left(\frac{1}{5}h\right)^2 = 54 \Rightarrow \frac{h^2}{5} + \frac{h^2}{25} = 54 \Rightarrow 6h^2 = 1350 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h^2 = 225 \Rightarrow h = 15 \text{ e temos, então, } r = \frac{1}{5}h \Rightarrow r = \frac{1}{5} \,.\, 15 = 3$$

$$\text{Logo: } \begin{cases} A_\ell = 2\pi rh \Rightarrow A_\ell = 2 \,.\, 3 \,.\, 15 = 90\pi \\ V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \,.\, 3^2 \,.\, 15 = 135\pi \end{cases}$$

16. Letra A.



Área lateral:

A área lateral é a área do setor. Então:

$$\left.\begin{matrix} 360^\circ --- \pi \,.\, 6^2 \\ 120^\circ --- A_\ell \end{matrix}\right\} \Rightarrow A_\ell = \frac{120^\circ}{360^\circ} \,.\, \pi \,.\, 6^2 \Rightarrow A_\ell = 12\pi$$

Cálculo de **r** e **h**:

Como $A_\ell = \pi rg$ e $g = 6$, vem: $12\pi = \pi \,.\, r \,.\, 6 \Rightarrow r = 2$.

Como $r^2 + h^2 = g^2$, temos: $2^2 + h^2 = 6^2 \Rightarrow h^2 = 32 \Rightarrow h = 4\sqrt{2}$

Volume:

$$V = \frac{1}{3} \,.\, A_b \,.\, h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \,.\, \pi r^2 \,.\, h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, 2^2 \,.\, 4\sqrt{2} \Rightarrow V = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$$

17. Letra E.

Área lateral

Cálculo da altura da face:

No $\triangle ADA'$: $g^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow g = 4$ cm.

A área lateral é igual a três vezes a área de uma face lateral, ou seja:

$$A_\ell = 3 \,.\, A_{\text{trapézio}} \Rightarrow A = 3 \,.\left(\frac{2+8}{2} \,.\, 4\right) \Rightarrow A_\ell = 60\text{cm}^2$$

18. Letra D.

Área da base menor:

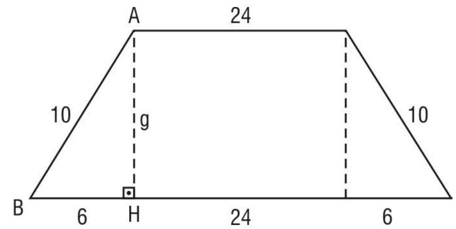
$A_b = (24 \text{ cm})^2 = 576 \text{ cm}^2$ (igual à área da base do prisma)

Área da base maior:

$A_B = (36 \text{ cm})^2 = 1296 \text{ cm}^2$

Área lateral:

$A_\ell = 4$. (área de um trapézio isósceles).



No $\triangle ABH$, temos:

$(AH)^2 = (AB)^2 - (BH)^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow g = 8$ cm

$$\text{Logo: } A_\ell = 4 \,.\, \frac{(36+24) \,.\, 8}{2} \Rightarrow A_\ell = 960 \text{ cm}^2$$

Área Total:

$A_t = A_\ell + A_b + A_B = 960 + 576 + 1296 \Rightarrow A_t = 2832 \text{ cm}^2$

19. Letra A.

Os vetores-base do plano são $\overrightarrow{AB} = (-2, -2, 2)$ e $\overrightarrow{AC} = (-1, 1, 2)$ e, portanto, um vetor normal ao plano é:

$$\vec{n} = \overrightarrow{AB} \text{ x } \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-6, 2, -4)$$

Então, a equação geral do plano é:

$-6(x \quad 2) + 2(y - 1) - 4(z + 1) = 0$

$-6x + 2y - 4z + 12 - 2 - 4 = 0$

$-6x + 2y - 4z + 6 = 0$

ou, multiplicando ambos os membros da equação por $-\frac{1}{2}$:

$3x - y + 2z - 3 = 0$

20. Letra A.

Os vetores $\vec{u} = (1, m, -2)$ e $\vec{v} = (2, -1, 5)$ são vetores diretores de **r** e **s**, respectivamente.

A condição de ortogonalidade permite escrever:

$\vec{u} \,.\, \vec{v} = 0$

ou

$(1, m, -2) \,.\, (2, -1, 5) = 0$

$2 - m - 10 = 0$

$-m = 10 - 2$

$m = -8$