MATEMÁTICA

01 Passando em uma sala de aula, um aluno verificou que, no quadro-negro, o professor havia escrito os números naturais ímpares da seguinte maneira:

1

3 5

7 9 11

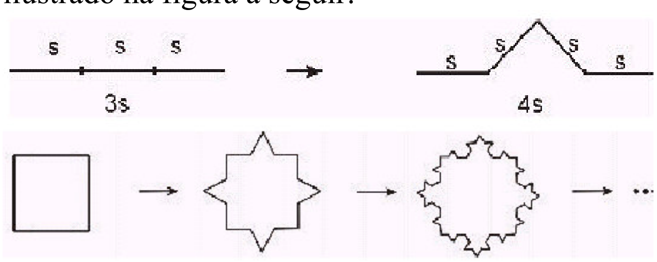
13 15 17 19

21 23 25 27 29

O aluno achou interessante e continuou a escrever, até a décima linha.
Somando os números dessa linha, ele encontrou:

(A) 800.
(B) 900.
(C) 1000.
(D) 1100.
(E) 1200.

02 Certas imagens captadas por satélites espaciais, quando digitalizadas, são representadas por formas geométricas de aspecto irregular ou fragmentado, conhecidas por fractais. Podem-se obter tais fractais pela alteração da forma original de uma curva por meio de um processo em que os resultados de uma etapa são utilizados como ponto de partida para a etapa seguinte.
Considere o processo tal que, em todas as etapas, cada segmento de reta é transformado em uma poligonal cujo comprimento é quatro vezes a terça parte do segmento original, como ilustrado na figura a seguir:



Por esse processo, a partir de um quadrado com 1 metro de lado, obtém-se a seqüência de figuras anterior.

O perímetro, em metro, do quinto polígono dessa seqüência é:

(A) $4^4/3^3$.
(B) $4^4/3^5$.
(C) $4^5/3^4$.
(D) $3^5/4^5$.
(E) $3^4/4^4$.

03 Há exatamente um ano, José iniciou uma criação de coelhos e, durante este período, o número de coelhos duplicou a cada 3 meses. Hoje, preocupado com a falta de espaço para os coelhos, José vai vender parte dessa criação, de modo que apenas a quantidade inicial fique com ele. Se $\mathbf{N_0}$ denota a quantidade inicial de coelhos, então a quantidade a ser vendida é:

(A) $15N_0$.
(B) $13N_0$.
(C) $12N_0$.
(D) $8N_0$.
(E) $7N_0$.

04 Uma ONG decidiu preparar sacolas, contendo 4 itens distintos cada, para distribuir entre a população carente. Esses 4 itens devem ser escolhidos entre 8 tipos de produtos de limpeza e 5 tipos de alimentos não perecíveis. Em cada sacola, deve haver pelo menos um item que seja alimento não perecível e pelo menos um item que seja produto de limpeza. Quantos tipos de sacolas distintas podem ser feitos?

(A) 360;
(B) 420;
(C) 540;
(D) 600;
(E) 640.

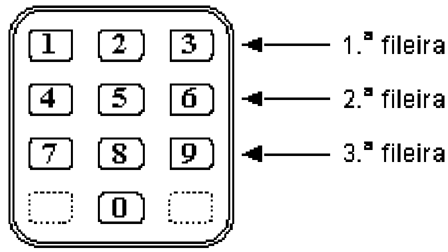
05 Três empresas devem ser contratadas para realizar quatro trabalhos distintos em um condomínio. Cada trabalho será atribuído a uma única empresa e todas elas devem ser contratadas. De quantas maneiras distintas podem ser distribuídos os trabalhos?

(A) 12;
(B) 18;
(C) 36;
(D) 72;
(E) 108.

06 O conselho administrativo de um sindicato é constituído por doze pessoas, das quais uma é o presidente deste conselho.
A diretoria do sindicato tem quatro cargos a serem preenchidos por membros do conselho, sendo que o presidente da diretoria e do conselho não devem ser a mesma pessoa. De quantas maneiras diferentes esta diretoria poderá ser formada?

(A) 40;
(B) 7920;
(C) 10890;
(D) 11!;
(E) 12!.

07 Num aparelho telefônico, as dez teclas numeradas estão dispostas em fileiras horizontais, conforme indica a figura abaixo. Seja **N** a quantidade de números de telefone com 8 dígitos, que começam pelo dígito 3 e terminam pelo dígito zero, e, além disso, o 2º e o 3º dígito são da primeira fileira do teclado, o 4º e o 5º dígito são da segunda fileira, e o 6º e o 7º são da terceira fileira.



O valor de **N** é:

(A) 27.
(B) 216.
(C) 512.
(D) 729.
(E) 1331.

08 A expressão $n!3^{n+1}/[3^{n-2}(n+2)!]$ é equivalente a:

(A) $27/(n^2+3n+2)$.
(B) $(n-1)/(9n+18)$.
(C) $n+1$.
(D) $27n^2+81n+54$.
(E) $27n+54$.

09 Um poliedro convexo só tem faces triangulares e quadrangulares. Se ele tem 20 arestas e 10 vértices, então o número de faces triangulares é:

(A) 12.
(B) 11.
(C) 10.
(D) 9.
(E) 8.

10 Uma editora pretende despachar um lote de livros, agrupados em 100 pacotes de 20cm x 20cm x 30cm. A transportadora acondicionará esses pacotes em caixas com formato de bloco retangular de 40cm x 40cm x 60cm. A quantidade mínima necessária de caixas para esse envio é:

(A) 9.
(B) 11.
(C) 13.
(D) 15.
(E) 17.

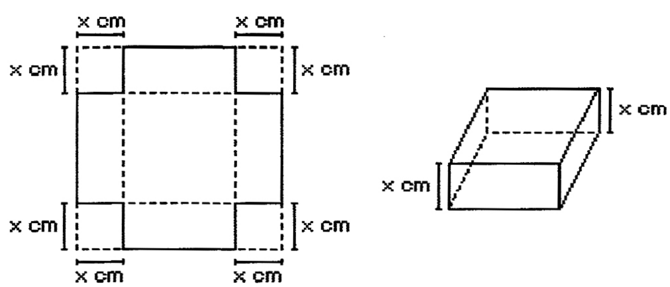
11 Dispõe-se de oito sólidos cujas medidas das arestas são iguais a **x** e **y**, numa dada unidade. Tais sólidos são:

— um cubo de aresta medindo **x**;
— um cubo de aresta medindo **y**;
— três prismas retos equivalentes de bases quadradas, com medidas **x** na aresta da base e **y** na altura;
— três prismas retos equivalentes de bases quadradas, com medidas **y** na aresta da base e **x** na altura.

Com esses oitos sólidos é possível construir-se um único sólido cujo volume, na unidade correspondente, é dado por:

(A) $x^3 + y^3 + 6x^2y$. (D) $(x—y)^3$.
(B) $x^3 + y^3 + 6xy^2$. (E) $(x+y)^3$.
(C) $6xy(x^2 + y^2)$.

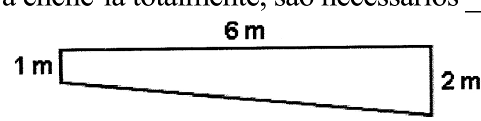
12 De uma folha quadrada de papelão, com 60cm de lado, devem ser cortados os quatro cantos, para montar a base inferior e as faces laterais de uma caixa de base quadrada, como mostram as figuras a seguir:



Essa caixa será fechada com uma tampa de acrílico e, no seu interior, serão colocadas bolas com 3cm de raio, acomodadas em uma única camada ou em várias camadas, dependendo da medida **x** da altura da caixa. Se todas as camadas devem ter o mesmo número de bolas, a maior quantidade de bolas que podem ser acomodadas é:

(A) 72. (D) 24.
(B) 64. (E) 16.
(C) 48.

13 Uma piscina tem a forma de um prisma reto. A figura mostra a base do prisma, que corresponde a uma parede lateral dela. A superfície da parte de cima da piscina é formada por um retângulo de 6m por 3m. Para enchê-la totalmente, são necessários ________ de água:

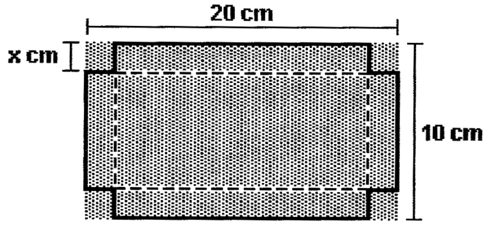


(A) $9m^3$ (D) $36m^3$
(B) $18m^3$ (E) $54m^3$
(C) $27m^3$

14 Uma piscina tem a forma de um prisma reto, cuja base é um retângulo de dimensões 15m e 10m. A quantidade necessária de litros de água para que o nível de água da piscina suba 10cm é:

(A) 0,15L. (D) 1.500L.
(B) 1,5L. (E) 15.000L.
(C) 150L.

15 Considere um pedaço de cartolina retangular de lado menor, 10cm, e lado maior, 20cm. Retirando-se 4 quadrados iguais de lados **x**cm (um quadrado de cada canto) e dobrando-se na linha pontilhada conforme mostra a figura, obtém-se uma pequena caixa retangular sem tampa:



O polinômio na variável **x**, que representa o volume, em cm^3, desta caixa é:

(A) $4x^3 — 60x^2 + 200x$.

(B) $4x^2 — 60x + 200$.

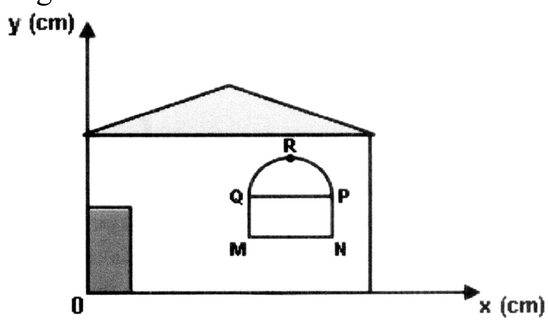
(C) $4x^3 — 60x^2 + 200$.

(D) $x^3 — 30x^2 + 200x$.

(E) $x^3 — 15x^2 + 50x$.

16 Um arquiteto deseja desenhar a fachada de uma casa e, para isto, utiliza um programa de computador. Na construção do desenho, tal programa considera o plano cartesiano e traça curvas a partir de suas equações.

Na fachada, a janela tem a forma do retângulo **MNPQ** encimado pela semicircunferência **PRQ**, conforme mostra a figura:



Para desenhar a janela, o arquiteto precisa da equação da semicircunferência **PRQ**. Sabe-se que o segmento **MN** é paralelo ao eixo **Ox** e tem comprimento igual a 2cm, que **MQ** tem comprimento igual a 1cm e que o ponto **M** tem coordenadas (4, 3/2). Uma possível equação da semicircunferência é dada por:

(A) $y = (—5/2) — \sqrt{[1-(x-5)^3]}$.

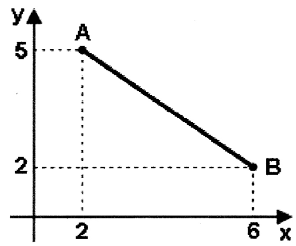
(B) $y = (5/2) + \sqrt{[1+(x-5)^3]}$.

(C) $y = (—5/2) + \sqrt{[1-(x-5)^2]}$.

(D) $y = (5/2) + \sqrt{[1-(x-5)^2]}$.

(E) $y = (5/2) + \sqrt{[1+(x-5)^2]}$.

17



O segmento $\overline{AB}$ da figura representa um diâmetro de uma circunferência. A equação dessa circunferência é dada por:

(A) $x^2 + y^2 - 8x - 7y + 20 = 0$.
(B) $x^2 - y^2 + 8x - 7y + 20 = 0$.
(C) $x^2 + y^2 = 25$.
(D) $x^2 + y^2 - 8x - 7y + 22 = 0$.
(E) $-x^2 + y^2 + 8x + 7y - 22 = 0$.

18 Uma montagem comum em laboratórios escolares de Ciências é constituída por um plano inclinado, de altura aproximadamente igual a 40cm, com 4 canaletas paralelas e apoiado em uma mesa, forrada de feltro, cuja borda é curvilínea. Sobre a mesa há um ponto marcado no qual se coloca uma bola de gude. A experiência consiste em largar, do alto do plano inclinado, outra bola de gude, a qual, depois de rolar por uma das canaletas, cai na mesa e colide sucessivamente com a borda da mesa e com a primeira bola.
A borda da mesa tem a forma de um arco de:

(A) elipse, e o ponto marcado é um de seus focos.
(B) parábola, e o ponto marcado é seu foco.
(C) hipérbole, e o ponto marcado é um de seus focos.
(D) hipérbole, e o ponto marcado é seu centro.
(E) circunferência, e o ponto marcado é seu centro.

19 No plano cartesiano, a curva de equações paramétricas $x = 2\cos t$ e $y = 5\operatorname{sen} t$ com $t \in \mathbb{R}$ é:

(A) uma senóide.
(B) uma cossenóide.
(C) uma hipérbole.
(D) uma circunferência.
(E) uma elipse.

20 A área do triângulo $\mathbf{PF_1F_2}$, em que $P(2, -8)$ e $\mathbf{F_1}$ e $\mathbf{F_2}$ são os focos da elipse de equação $x^2/25 + y^2/9 = 1$, é igual a:

(A) 8.
(B) 16.
(C) 20.
(D) 32.
(E) 64.